

# 東工大理系後期 2005 年度

July 1, 2025

## 1 問題 1

数列  $\{a_m\}$  (ただし  $a_m = m$  とする) に対し  $b_n = \sum_{m=1}^n a_m$  とおく.

1.  $0 < r < 1$  とするとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$  および  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 r^n = 0$  となることを証明せよ.
2.  $S_m = a_1 r + a_2 r^2 + \cdots + a_m r^m$ ,  $T_n = b_1 r + b_2 r^2 + \cdots + b_n r^n$  とおくととき,  $\lim_{m \rightarrow \infty} S_m$  および  $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$  を求めよ.

## 2 問題 2

$C$  を半径 1 の円とし, その周上に長さ  $\theta$  の円弧  $PQ$  をおく.  $C$  と  $P$  で接し  $C$  の内部にある円を  $A$ ,  $C$  と  $Q$  で接し,  $A$  にも接する円を  $B$  とする.

1.  $A$  と  $B$  の面積の和の最小値  $S_\theta$  を  $\theta$  で表せ.
2.  $\theta$  が 0 から  $2\pi$  まで動くとき,  $S_\theta$  の最大値を求めよ.